Mecânica Geral - 2011.1 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 2

Ernesto Galvão
(Dated: March 26, 2011)

I. PROBLEMAS DA LISTA

1. Produto escalar. Prove que as duas definições de produto escalar $\vec{r} \cdot \vec{s} = rs \cos \theta$ e $\vec{r} \cdot \vec{s} = \sum r_i s_i$ são equivalentes. Uma forma de fazê-lo é escolhendo o eixo x na direção de $\vec{r}$. A rigor, você deveria provar que a segunda definição é independente da escolha de eixos; se tiver interesse em fazer isso, veja o problema 1.16 do Taylor.

2. Movimento circular. Uma partícula se movimenta em um círculo de centro O e raio R , com velocidade angular ω constante e no sentido anti-horário. O círculo está no plano xy e a partícula passa por $x = R$ no instante $t = 0$. Mostre que a posição $\vec{r}(t)$ da partícula é dada por:

$$\vec{r}(t) = \hat{x}R\cos(\omega t) + \hat{y}R\sin(\omega t). \quad (1)$$

Encontre a velocidade e aceleração da partícula. Qual é o módulo e direção da aceleração?

3. Desigualdade triangular. Prove que para qualquer par de vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ vale a relação:

$$|\vec{a} + \vec{b}| \leq (a + b). \quad (2)$$

Dica: Expanda a expressão para $|\vec{a} + \vec{b}|$ e compare com $(a + b)$. Esse resultado é conhecido por desigualdade triangular - explique por quê.

4. Referencial que roda.

A marca característica de um referencial inercial é que qualquer objeto sobre o qual não atua força nenhuma se move em movimento retilíneo e uniforme. Para ilustrar isso, vamos considerar um experimento:

Eu estou perto de uma vitrola de discos de vinil que roda com velocidade angular constante ω . Faço então o seguinte: jogo uma pedra de gelo sobre a vitrola. No meu referencial (inercial) o gelo faz uma trajetória retilínea e em movimento uniforme, passando pelo centro da vitrola e saindo pelo outro lado. Descreva a trajetória do gelo para um observador que roda junto com a vitrola (imagine uma formiga sobre o disco observando a trajetória do gelo). Sua descrição pode ser qualitativa - mais adiante faremos uma descrição quantitativa. O referencial da formiga é inercial ou não?

5. 3a Lei e conservação de momento.

Vimos que a 3a Lei de Newton implica na conservação de momento de um sistema de partículas. Prove a direção contrária: que se um sistema de partículas conserva momento, então as forças entre elas devem obedecer à 3a Lei.

Dica: basta considerar um par de partículas (vamos chamá-las de partículas 1 e 2). A 3a Lei diz que na ausência de forças externas o momento total delas deve permanecer constante. Use isso para provar que $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

II. OUTROS PROBLEMAS RECOMENDADOS

Procure fazer os problemas do capítulo 1 do Taylor: 1.4, 1.11, 1.13, 1.22, 1.26, 1.28, 1.30.